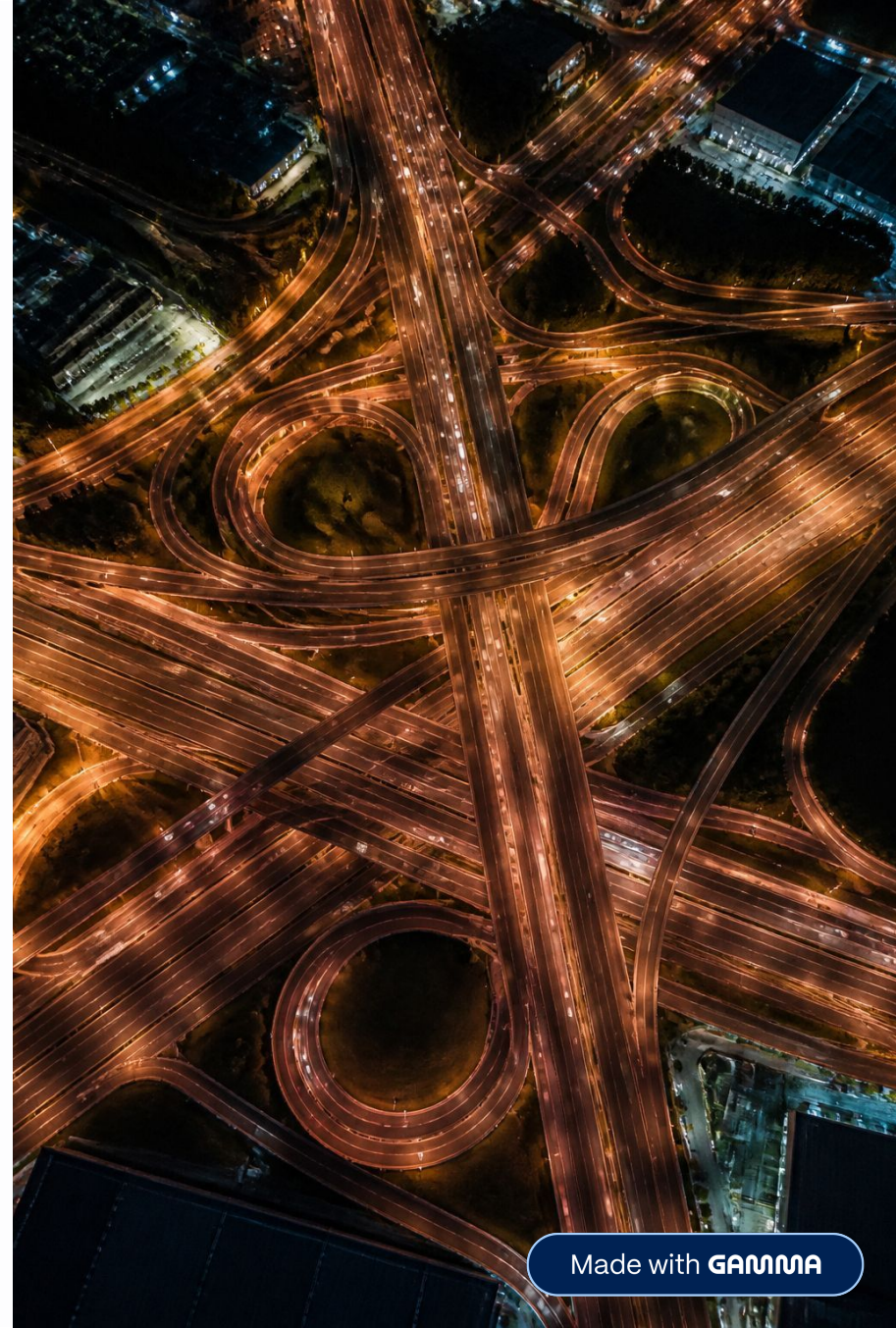


Modelos de Grafos

Como representar e resolver problemas através de redes e ligações

MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS – 11.º ANO



Por que precisamos de grafos?

→ O Problema Real

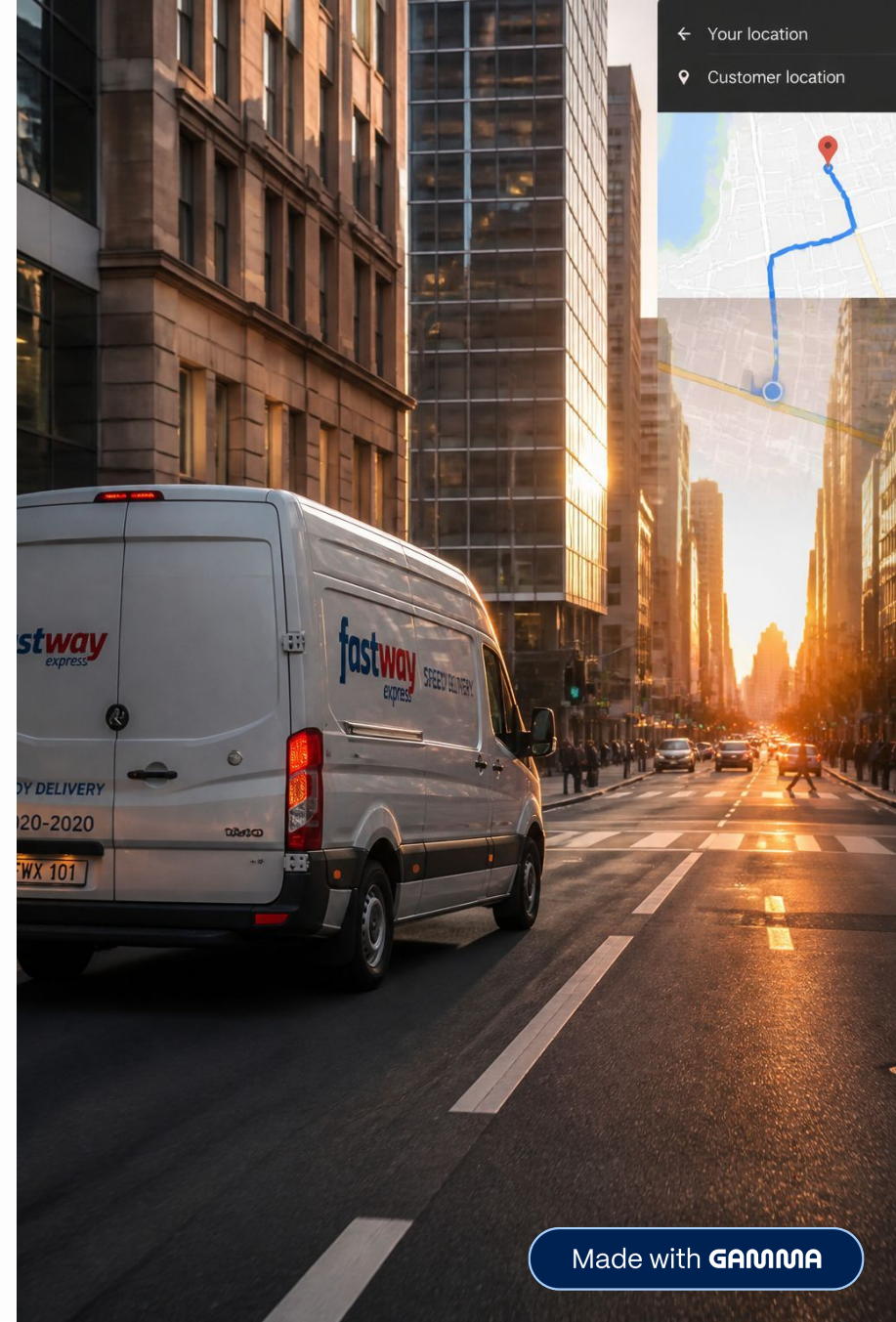
Uma empresa de entregas precisa encontrar a rota mais rápida entre várias cidades – mas como decidir qual caminho seguir?

→ A Questão Central

Qual é o caminho mais eficiente? Como economizar tempo e combustível sem percorrer quilômetros desnecessários?

→ A Resposta: Grafos

Os grafos são a ferramenta matemática que nos permite modelar, visualizar e resolver este tipo de problemas reais.



O que é um grafo?



Grafo

Estrutura matemática que representa **relações entre elementos** de forma visual e rigorosa.

Vértices (ou nós)

Os **pontos** que representam elementos — cidades, pessoas, locais ou qualquer entidade.

Arestas

As **linhas** que ligam vértices, representando relações, ligações ou trajetos entre eles.

Conceitos fundamentais

Vértices adjacentes

Dois vértices que estão **diretamente ligados** por uma aresta — são "vizinhos" no grafo.

Grau de um vértice

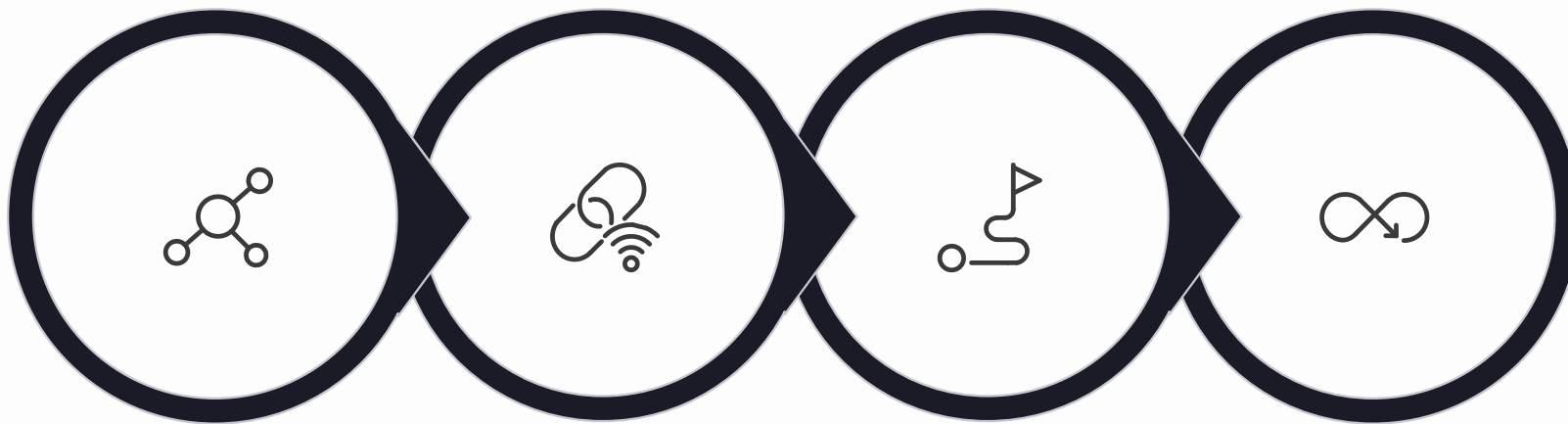
O número de arestas que **partem desse vértice**. Indica quantas ligações diretas ele possui.

Caminho

Uma **sequência de vértices** consecutivos ligados por arestas, sem repetição de vértices.

Ciclo

Um caminho que **começa e termina no mesmo vértice** — forma um circuito fechado no grafo.



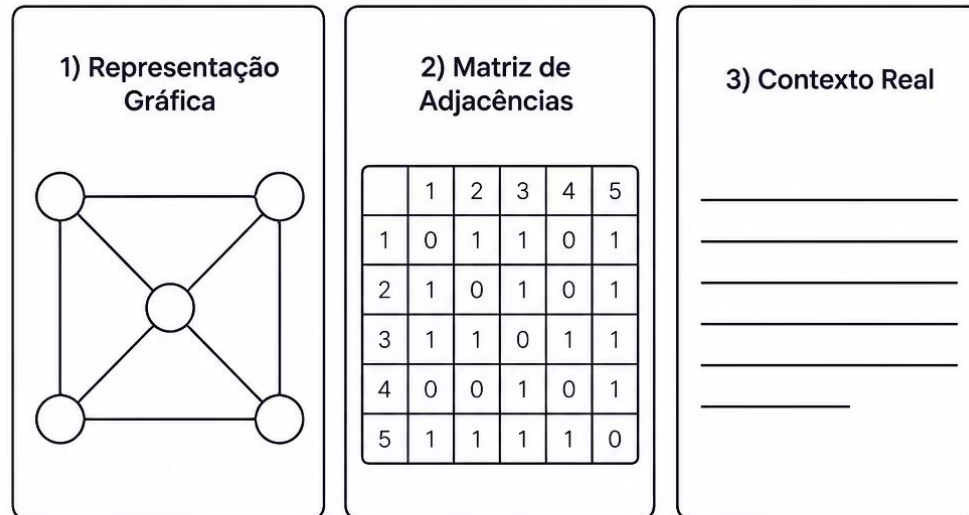
Vértices

Arestas

Caminho

Ciclo

Como representar um grafo?



Três formas equivalentes

Um mesmo grafo pode ser expresso de três maneiras complementares — cada uma é útil em contextos diferentes.

- **Representação gráfica:** Desenho intuitivo com pontos e linhas, ideal para visualizar o problema
- **Matriz de adjacências:** Tabela rigorosa que mostra quais vértices estão ligados (0 ou 1)
- **Contexto real:** Descrição da situação concreta que o grafo representa matematicamente

Grafos ponderados

O que são pesos?

Num **grafo ponderado**, cada aresta tem um número associado — o seu **peso**. Este valor pode representar:

Aplicação às entregas

Numa rede de entregas, os pesos das arestas representam as **distâncias em km** entre cidades. Ao somar os pesos ao longo de um caminho, obtemos o **comprimento total** da rota.

- ❏ O objetivo é minimizar a soma dos pesos ao longo do caminho escolhido.



Distância

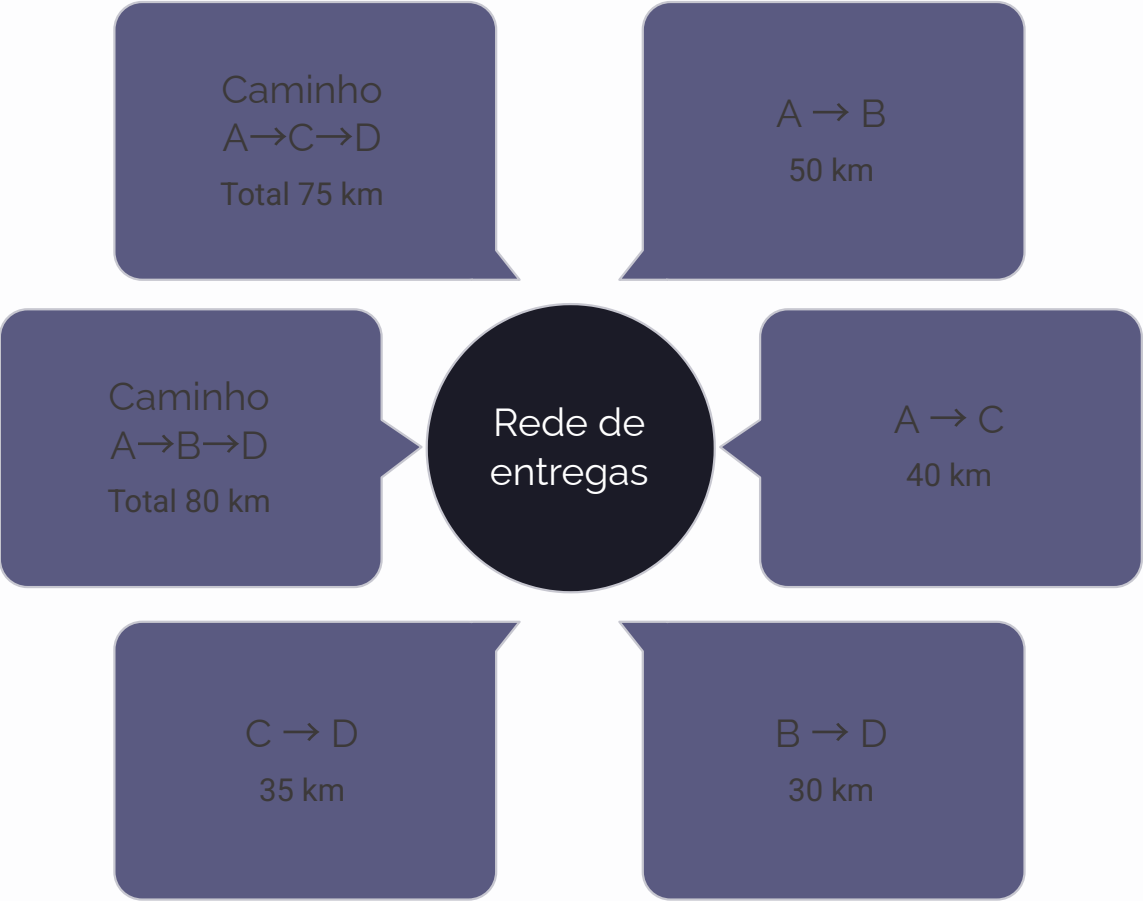


Tempo



Custo

Exemplo prático: Rede de entregas



O Problema

Uma empresa entrega encomendas em **4 cidades: A, B, C e D**. Os números nas arestas representam distâncias em km.

Caminhos possíveis de A até D

Caminho	Distância total
A → B → D	50 + 30 = 80 km
A → C → D	40 + 35 = 75 km

✔ O caminho mais curto é **A → C → D** com 75 km.

Resolvendo o problema passo a passo

1

Identificar caminhos

Listar **todos os caminhos possíveis** entre o ponto de partida e o destino, sem repetir vértices.

2

Calcular comprimentos

Para cada caminho, **somar os pesos** de todas as arestas percorridas para obter a distância total.

3

Comparar resultados

Comparar os valores obtidos para todos os caminhos e identificar o menor ou mais eficiente.

4

Conclusão

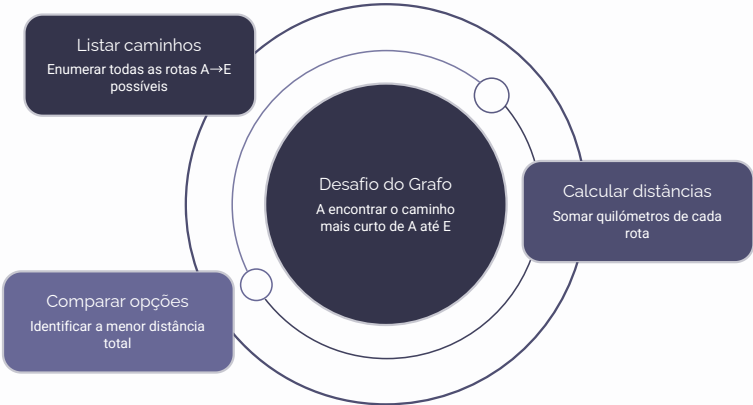
Selecionar o caminho com **menor soma total** – no exemplo, $A \rightarrow C \rightarrow D$ com apenas **75 km**.



Atividade: Planeia a melhor rota!

O teu desafio 🌐

Analisa o grafo com **5 cidades** e as distâncias indicadas em cada aresta.



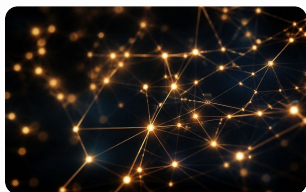
1 Quantos caminhos diferentes existem de A até E?

2 Qual é a distância de cada caminho?

3 Qual é o caminho mais eficiente?

📄 Trabalha em pares — discute a estratégia antes de calcular!

Síntese: O que aprendemos



Estrutura dos grafos

Vértices = elementos; **Arestas** = ligações;
Pesos = distâncias ou custos associados.



Resolução de problemas

Identificar caminhos, calcular comprimentos e comparar — método sistemático para otimizar rotas.



Aplicações reais

Transportes, redes sociais, distribuição logística e **navegação GPS** usam grafos diariamente.

📄 Os grafos são uma das ferramentas mais poderosas da Matemática Aplicada — estão em todo o lado!